

# QJ

## 中华人民共和国航天行业标准

FL 1610

QJ 20609—2016

---

### 日地平动点轨道设计准则

Design criteria for Sun-Earth libration point orbit

2016—12—14 发布

2017—03—01 实施

---

国家国防科技工业局 发布



## 前 言

本标准的附录A为规范性附录。

本标准由中国航天科技集团公司提出。

本标准由中国航天标准化研究所归口。

本标准起草单位：北京空间飞行器总体设计部、中国航天标准化研究所。

本标准主要起草人：周文艳，梁伟光、孟占峰、雪 丹、汪中生、高 珊、刘德成、泉浩芳。



# 日地平动点轨道设计准则

## 1 范围

本标准规定了日地平动点轨道设计的设计内容、设计依据、动力学模型、计算方法、轨道参数确定、影响因素分析、仿真验证等内容。

本标准适用于探测器环绕日地系 L1、L2、L3 三个共线平动点的轨道设计。日地系、地月系、日火系、日木系等其他系统的平动点探测任务轨道设计可参考使用。

## 2 规范性引用文件

下列文件中的条款通过本标准的引用而成为本标准的条款。凡是注日期的引用文件，其随后所有的修改单（不包含勘误的内容）或修订版均不适用于本标准，然而，鼓励根据本标准达成协议的各方研究是否可使用这些文件的最新版本。凡是不注日期的引用文件，其最新版本适用于本标准。

- GJB 1702 卫星轨道术语
- GJB 2701 卫星轨道设计准则
- QJ 20001 月球探测工程术语

## 3 术语和定义

GJB 1702 和 QJ 20001 确立的以及下列术语和定义适用于本标准。

### 3.1

#### 三体问题 **three body problem**

对于三个天体，它们的质量、初始位置和初始速度均已知，在相互之间万有引力作用下的运动规律问题。

### 3.2

#### 限制性三体问题 **restricted three-body problem**

三个天体中，有一个天体的质量与其他两个天体的质量相比，小到可以忽略时的三体问题。

注：限制性三体问题中的小质量天体也称为第三体。在本标准中，日地系中的探测器即可等效为第三体。

### 3.3

#### 圆型限制性三体问题 **circular restricted three-body problem**

假设两个大质量天体绕公共质心作匀速圆周运动的限制性三体问题。

### 3.4

#### 平动点 **libration point**

#### 拉格朗日点 **Lagrange point**

在限制性三体问题中，使第三体在两个大质量天体的引力作用下与两个大质量天体保持相对静止的引力平衡点。

平动点共有 5 个，分别用 L1~L5 表示，如图 1 所示。其中，P<sub>1</sub> 和 P<sub>2</sub> 表示两个大质量的天体，相应质量为  $m_1$  和  $m_2$ ，满足  $m_1 > m_2$ 。

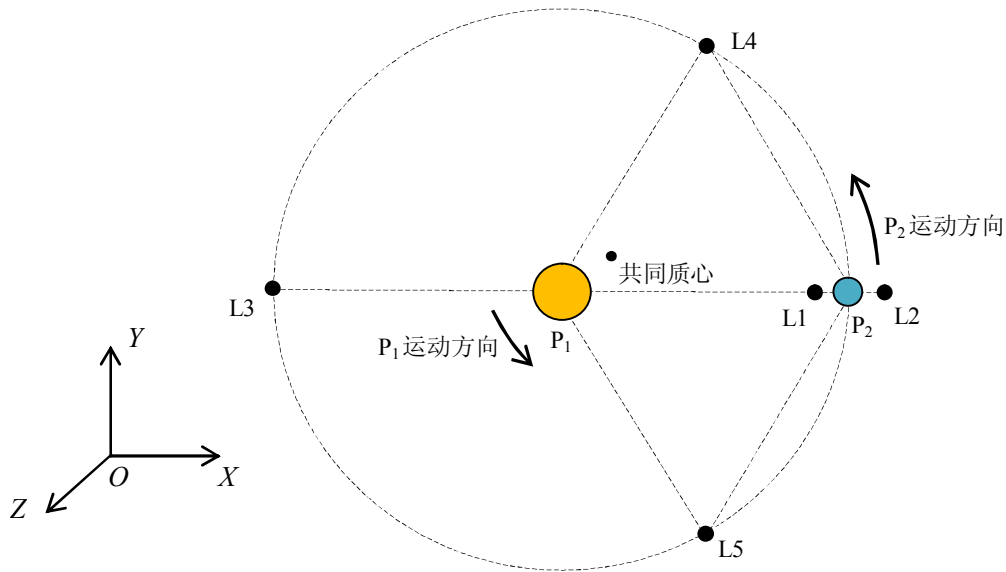


图 1 平动点示意图

L1~L5 均位于 P<sub>1</sub> 和 P<sub>2</sub> 绕共同质心旋转的平面内。

L1、L2、L3 位于 P<sub>1</sub> 和 P<sub>2</sub> 连线上，称为共线平动点。L1 位于 P<sub>1</sub> 和 P<sub>2</sub> 之间，L2 位于 P<sub>2</sub> 的外侧，L3 位于 P<sub>1</sub> 的外侧。L1、L2、L3 均为不稳定平动点。

L4 和 L5 均位于以 P<sub>1</sub> 和 P<sub>2</sub> 连线为边的等边三角形的另一顶点上，称为三角平动点。L4 位于 P<sub>2</sub> 运行方向的前方，L5 位于 P<sub>2</sub> 运行方向的后方。当 P<sub>2</sub> 和 P<sub>1</sub> 的质量比满足公式 (1) 时，L4 和 L5 为稳定平动点。

$$\frac{m_2}{m_1} < \frac{25 - 3\sqrt{69}}{2} \approx 0.04006421 \dots \dots \dots (1)$$

对于太阳系中处理成限制性三体问题的各个系统，如日地系、地月系、日木系、日火系等，相应的质量比均满足公式 (1)。因此在太阳系范围内，L4 和 L5 均为稳定平动点。

### 3.5

#### 日地平动点 Sun-Earth libration points

以太阳和地球为两个大质量天体的限制性三体问题平动点。

注：日地 L1 点距离地球约 150 万公里，日地 L2 点距离地球约 150 万公里，日地 L3 点距离太阳约 1 个天文单位，日地 L4 点距离太阳和地球均约 1 个天文单位，日地 L5 点距离太阳和地球均约 1 个天文单位。

### 3.6

#### 质心旋转坐标系 mass-center rotation coordinate system

#### 会合坐标系 mass-center rotation coordinate system

在限制性 三体问题中构建的笛卡尔直角坐标系 O-XYZ。原点 O 为两个大质量天体 P<sub>1</sub> 和 P<sub>2</sub> 的质心；X 轴为 P<sub>1</sub> 质心和 P<sub>2</sub> 质心的连线，+X 方向由质量较大天体 P<sub>1</sub> 的质心指向质量较小天体 P<sub>2</sub> 的质心；Y 轴垂直于 X 轴，+Y 方向为 P<sub>2</sub> 围绕 O 旋转的运动方向；Z 轴与 X 轴和 Y 轴呈右手系。

### 3.7

#### 平动点旋转坐标系 libration point rotation coordinate system

在限制性三体问题中构建的笛卡尔直角坐标系  $O_L-X_L Y_L Z_L$ 。原点  $O_L$  为平动点； $X_L$  轴、 $Y_L$  轴、 $Z_L$  轴方向分别与质心旋转坐标系中的  $X$  轴、 $Y$  轴、 $Z$  轴方向平行。

3.8

**Halo 轨道 Halo orbit**

**晕轨道 Halo orbit**

在平动点旋转坐标系下，轨道平面 ( $X_L-Y_L$  平面) 内振动频率与轨道平面外 ( $Z_L$  方向) 振动频率相等时，第三体环绕共线平动点运动的轨道呈单圈闭合形式。

当轨道主体在轨道平面以北时，称为北向 Halo 轨道；当轨道主体在轨道平面以南时，称为南向 Halo 轨道。

日地 L2 点南向 Halo 轨道如图 2 所示，其中， $X_L$  向振幅为  $2.3 \times 10^5 \text{km}$ ， $Y_L$  向振幅为  $7.4 \times 10^5 \text{km}$ ， $Z_L$  向振幅为  $3.0 \times 10^5 \text{km}$ 。

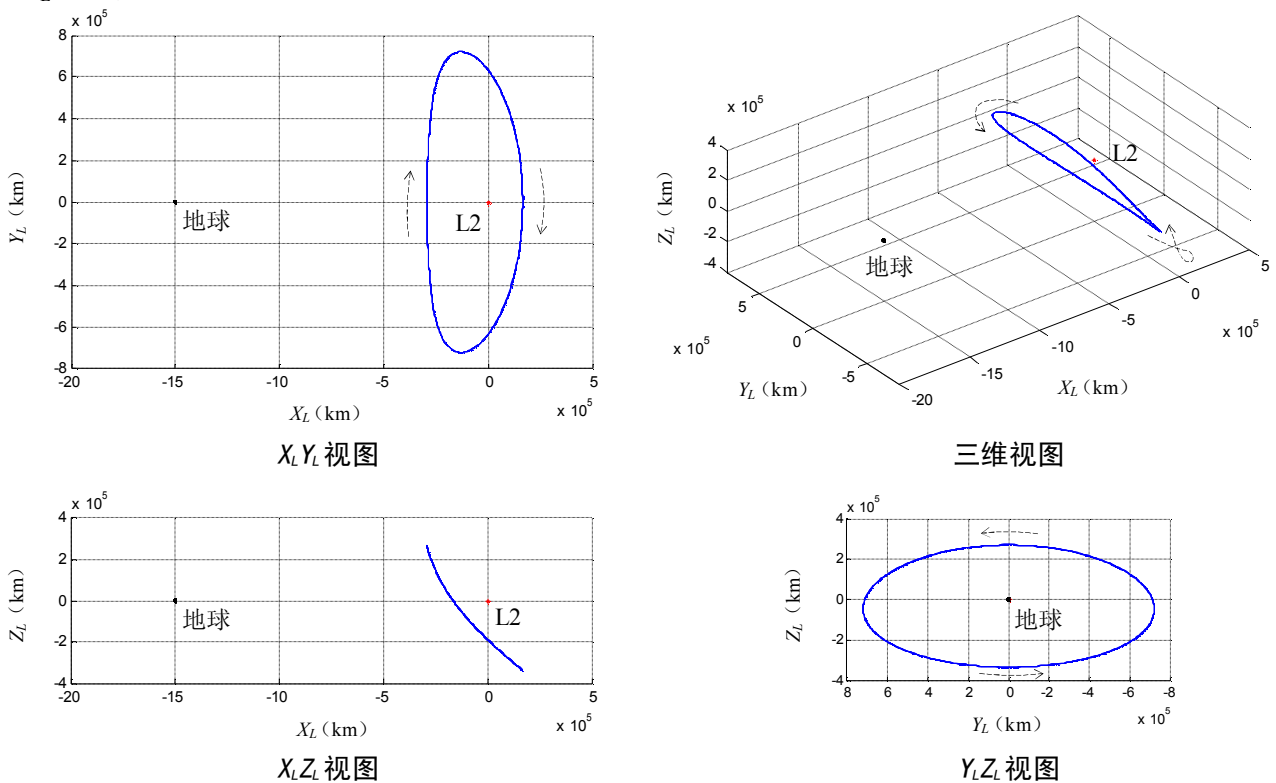


图 2 日地 L2 点南向 Halo 轨道

3.9

**Lissajous 轨道 Lissajous orbit**

在平动点旋转坐标系下，轨道平面内振动频率与轨道平面外振动频率不相等时，第三体环绕共线平动点运动的轨道呈 Lissajous 曲线的形式。

平动点环绕轨道中 Lissajous 轨道占多数。当平面内振动频率与平面外振动频率相比为有理数，即二者存在最小公倍数时，相应的 Lissajous 轨道为周期轨道，周期情况取决于两个频率的通约情况。

日地 L2 点 Lissajous 轨道如图 3 所示，其中， $X_L$  向振幅为  $2.3 \times 10^5 \text{km}$ ， $Y_L$  向振幅为  $7.4 \times 10^5 \text{km}$ ， $Z_L$  向振幅为  $9.4 \times 10^5 \text{km}$ 。

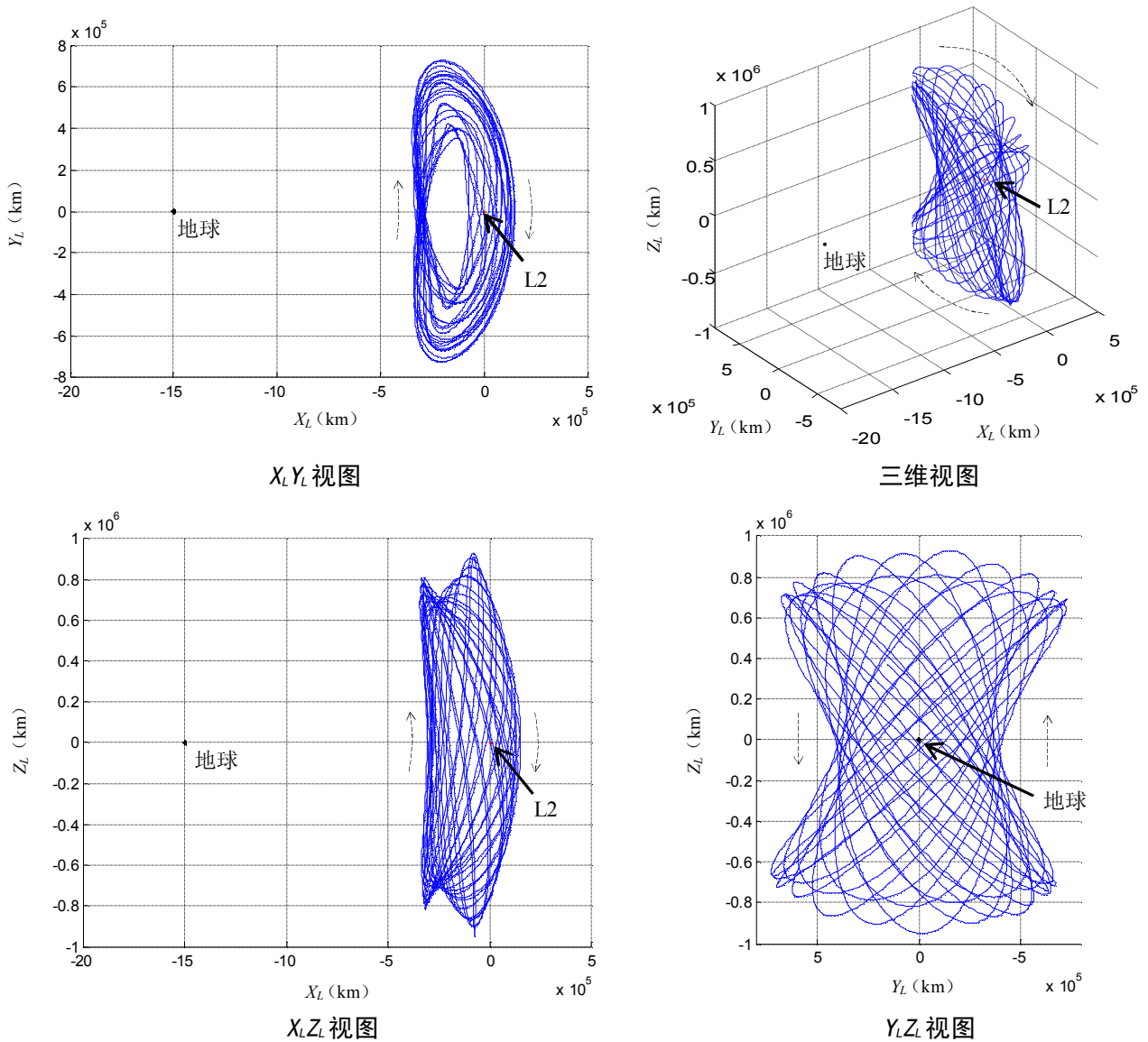


图3 日地 L2 点南向 Lissajous 轨道

#### 4 一般要求

##### 4.1 设计依据

日地平动点轨道设计要满足探测器飞行使命的有关要求，设计依据文件包括任务书、各系统间接口要求、轨道设计输入文件。在轨道设计的全过程中应充分考虑工程总体需求、轨道维持控制推进剂消耗、地面测控系统能力、地面应用系统的配置，以及探测器有关分系统的要求，主要包括以下约束：

- a) 探测任务约束：日地共线平动点轨道设计是为了完成特定任务的轨道设计，不同任务选择不同轨道类型。在入轨窗口和任务时间的要求方面：日地共线平动点轨道的构型决定了入轨窗口。
- b) 轨道维持推进剂消耗约束：环绕日地共线平动点长期飞行的探测器需要进行阶段性轨道维持，维持控制推进剂消耗决定了日地共线平动点轨道的维持频率和飞行总时间。
- c) 测控系统的约束：根据测控系统对测控弧段的要求及测控精度，确定平动点轨道维持策略。
- d) 轨道设计需要考虑探测器分系统的约束：有效载荷、热控、电源、制导导航与控制、推进、测控通信等。

## 4.2 设计原则

设计原则应符合 GJB 2701 的规定，并遵循协调性、优化设计、继承性、先进性和现实性的原则，同时还要针对日地平动点轨道的特点，遵循可扩展性，即对任务完成后的扩展任务进行设计，最大限度地发挥探测器的能力。

## 4.3 设计任务与主要内容

日地共线平动点轨道设计的主要任务是在满足设计约束的前提下，通过对轨道设计各部分内容进行分析，给出满足任务要求的轨道方案，并对轨道方案进行优化，达到轨道构型和维持控制速度增量最优。

主要的设计内容包括：

- a) 日地共线平动点轨道计算；
- b) 日地共线平动点轨道测定轨误差影响分析；
- c) 日地共线平动点轨道维持控制误差影响分析；
- d) 日地共线平动点轨道维持控制策略设计；
- e) 日凌/阴影规避。

## 5 详细要求

### 5.1 日地共线平动点轨道类型选择

日地共线平动点轨道类型的选择要考虑的具体因素包括：

- a) 探测任务需求；
- b) 定轨精度；
- c) 轨道维持控制精度；
- d) 轨道维持频率；
- e) 轨道维持推进剂消耗；
- f) 日凌时间/阴影时间。

对于太阳观测任务和宇宙背景观测任务，均可以选择 Halo 轨道或 Lissajous 轨道进行探测。具体轨道类型的选择还需根据上述因素综合权衡。

对比 Halo 轨道和 Lissajous 轨道，各自的优缺点见表 1。

表 1 Halo 轨道和 Lissajous 轨道的优缺点对比

轨道类型	优点	缺点
Halo 轨道	可以实现对日凌和阴影的永久规避	长期飞行时，轨道维持的推进剂消耗较多，测控精度要求高，工程实现难度较大
Lissajous 轨道	轨道维持的推进剂消耗较少，定轨精度要求较低，工程上更易实现，且平面内外振幅相对独立，空间覆盖包络可调范围较大	空间构型规律性差，长期预报精度低，长期飞行时在 L1、L3 附近会进入测控日凌区域，在 L2 附近会进入地球半影区域

### 5.2 圆型限制性三体问题动力学模型

本标准以圆型限制性三体问题动力学模型为基础，其他模型可以在实际轨道设计和优化时作为参考。

在日地系质心旋转坐标系  $O-XYZ$  下，圆型限制性三体问题的动力学模型见公式 (2)。

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\dot{y} = \frac{\partial \Omega}{\partial x} \\ \dot{y} + 2\dot{x} = \frac{\partial \Omega}{\partial y} \\ \ddot{z} = \frac{\partial \Omega}{\partial z} \end{cases} \dots\dots\dots (2)$$

式中,

$x, y, z$ ——质心旋转坐标系  $O-XYZ$  下的归一化无量纲坐标;

$\Omega$  ——等效势能函数,

注: 等效势能函数又称为伪势函数, 体现轨道在三体动力学中的势能。

### 5.3 计算方法

#### 5.3.1 概述

平动点轨道通常在平动点旋转坐标系  $OL-XLYLZL$  下描述。

#### 5.3.2 解析计算方法

##### 5.3.2.1 Halo 轨道解析计算方法

Halo 轨道的解析计算实质上是寻找平动点附近的周期解。

共线平动点附近的一阶近似周期解形式见公式 (3)。

$$\begin{cases} x_L = -A_{xL} \cos(\lambda t + \phi) \\ y_L = kA_{xL} \sin(\lambda t + \phi) \\ z_L = A_{zL} \sin(\nu t + \psi) \end{cases} \dots\dots\dots (3)$$

式中,

$x_L, y_L, z_L$  ——平动点旋转坐标系  $OL-XLYLZL$  下的坐标;

$A_{xL}$  —— $xL-yL$  平面内振幅;

$\lambda$  —— $xL-yL$  平面内振动频率;

$t$  ——时间;

$k$  —— $yL$  向与  $xL$  向振幅的比例系数;

$A_{zL}$  —— $xL-yL$  平面外振幅;

$\nu$  —— $xL-yL$  平面外振动频率;

$\phi, \psi$  ——相位。

以上参数均经过归一化处理, 为无量纲参数。

以一阶近似周期解为基础, 通过逐阶近似计算得到平动点附近三阶近似周期解, 见公式 (4)。

$$\begin{cases} x_L = a_{21}A_{xL}^2 + a_{22}A_{zL}^2 - A_{xL} \cos \tau_1 + (a_{23}A_{xL}^2 - a_{24}A_{zL}^2) \cos 2\tau_1 + (a_{31}A_{xL}^3 - a_{32}A_{xL}A_{zL}^2) \cos 3\tau_1 \\ y_L = A_{xL} [k + b_{33}A_{xL}^2 + (b_{34} - b_{35})A_{zL}^2] \sin \tau_1 + (b_{21}A_{xL}^2 - b_{22}A_{zL}^2) \sin 2\tau_1 + A_{xL} (b_{31}A_{xL}^2 - b_{32}A_{zL}^2) \sin 3\tau_1 \dots\dots\dots (4) \\ z_L = \pm [-3d_{21}A_{xL}A_{zL} + A_{zL} \cos \tau_1 + d_{21}A_{xL}A_{zL} \cos 2\tau_1 + (d_{32}A_{xL}^2A_{zL} - d_{31}A_{zL}^3) \cos 3\tau_1] \end{cases}$$

其中,  $z_L$  行中的“±”, 取“+”时为南向 Halo 轨道, 取“-”时为北向 Halo 轨道;  $a_{ij}, b_{ij}, d_{ij}$  为常数,  $\tau_1$  为标度时间变量。各参数的具体形式详见附录 A。

##### 5.3.2.2 Lissajous 轨道解析计算方法

对于 Lissajous 轨道的解析近似求解, 需要考虑运动微分方程的非线性项, 形式见公式 (5)。

$$\begin{cases} x_L = \sum_{i,j=1}^{\infty} \left[ \sum_{|k|\leq i, |m|\leq j} a_{ijkm} \cos(k\theta_1 + m\theta_2) \right] \alpha^i \beta^j \\ y_L = \sum_{i,j=1}^{\infty} \left[ \sum_{|k|\leq i, |m|\leq j} b_{ijkm} \sin(k\theta_1 + m\theta_2) \right] \alpha^i \beta^j \dots\dots\dots (5) \\ z_L = \sum_{i,j=1}^{\infty} \left[ \sum_{|k|\leq i, |m|\leq j} c_{ijkm} \cos(k\theta_1 + m\theta_2) \right] \alpha^i \beta^j \end{cases}$$

公式(5)中,  $\theta_1 = \lambda t + \phi_1$ ,  $\theta_2 = \nu t + \phi_2$ 。由于存在非线性项, 频率  $\lambda, \nu$  需进行级数展开:  $\lambda = \sum_{i,j=0}^{\infty} \lambda_{ij} \alpha^i \beta^j$ ,  $\nu = \sum_{i,j=0}^{\infty} \nu_{ij} \alpha^i \beta^j$ 。在此基础上, 通过设定公式(3)的一阶近似初值, 及平动点附近微分方程的 Legendre 展开式, 采用 Lindstedt - Poincaré 方法逐级确定系数  $a_{ijkm}$ ,  $b_{ijkm}$ ,  $c_{ijkm}$ ,  $\lambda_{ij}$ ,  $\nu_{ij}$ , 进而得到 Lissajous 轨道的高阶近似解。

5.3.3 数值计算方法

5.3.3.1 圆型限制性三体问题数值计算方法

5.3.3.1.1 Halo 轨道数值计算方法

Halo 轨道数值计算的目的是通过微分修正, 使得探测器的实际飞行状态  $\bar{X}(t)=[x_L \ y_L \ z_L \ \dot{x}_L \ \dot{y}_L \ \dot{z}_L]^T$  接近期望状态  $\bar{X}(t)_{des}$ , 数值计算见公式(6)。

$$\bar{X}(t)_{des} - \bar{X}(t) = \delta \bar{X}(t_f) = \Phi(t_f, t_0) \delta \bar{X}(t_0) - \dot{\bar{X}}(t_f) \delta(t_f - t_0) \dots\dots\dots (6)$$

对于 Halo 轨道, 通常采用微分修正策略是: 以半圈为单位进行数值积分, 在穿越 XLZL 平面时进行修正, 见公式(7)和公式(8)。

$$\bar{X}(t_0) = [x_{L0} \ 0 \ z_{L0} \ 0 \ \dot{y}_{L0} \ 0]^T \dots\dots\dots (7)$$

$$\bar{X}(t_f)_{des} = [x_{Lf} \ 0 \ z_{Lf} \ 0 \ \dot{y}_{Lf} \ 0]^T \dots\dots\dots (8)$$

5.3.3.1.2 Lissajous 轨道数值计算方法

Lissajous 轨道的数值求解, 可以对公式(2)的动力学微分方程进行数值积分加以实现。

5.3.3.2 受摄三体问题数值计算方法

按 5.3.2 的解析方法计算平动点轨道基本构型, 按 5.3.3.1 的圆型限制性三体问题数值计算方法建立三体动力学仿真环境和数值积分过程, 并考虑月球引力、其他行星引力、太阳光压摄动因素, 修正日地共线平动点轨道设计和分析的准确程度。

5.4 日地共线平动点轨道设计

5.4.1 日地平动点轨道设计流程

日地共线平动点轨道设计流程见图 4。

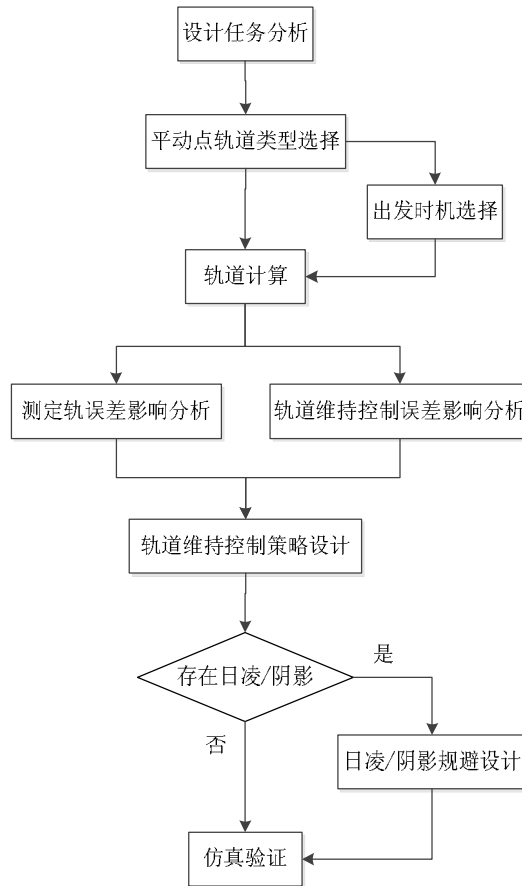


图 4 日地共线平动点轨道设计流程图

5.4.2 日地共线平动点轨道计算

在确定日地共线平动点轨道构型的基础上，依据 5.2 的动力学模型和 5.3 的计算方法对日地平动点轨道进行具体计算：

- a) 在限制性三体问题旋转坐标系下计算时，无量纲归一化的标准单位需对应至日地系相应参数见公式 (9)。

$$\begin{cases} [M] = m_1 + m_2 = m_{\text{日}} + m_{\text{地}} = 1.989 \times 10^{30} \text{ kg} \\ [L] = l_{12} = \overline{P_1 P_2} = 1\text{AU} = 1.496 \times 10^{11} \text{ m} \\ [T] = \sqrt{\frac{l_{12}^3}{G(m_1 + m_2)}} = 5.022 \times 10^6 \text{ s} \end{cases} \dots\dots\dots (9)$$

- b) 共线平动点位置采用就近天体距离表示法：  
 日地 L1 点到地球的距离： $R_{L1} = 1.492 \times 10^6 \text{ km}$ ；  
 日地 L2 点到地球的距离： $R_{L2} = 1.502 \times 10^6 \text{ km}$ ；  
 日地 L3 点到太阳的距离： $R_{L3} = 1.496 \times 10^8 \text{ km}$ 。
- c) 振幅设计方面：Halo 轨道平面内外振幅呈正相关，旋转坐标系中其中一个方向振幅确定之后，其他两个方向振幅随即确定；Lissajous 轨道平面内外振幅相互独立，旋转坐标系中 X 向振幅和 Y 向振幅确定一个即可，Z 向振幅可以单独设计。振幅设计主要面向空间覆盖范围需求与约束，振幅设计过程是可以省略的。
- d) 振动频率设计方面：Halo 轨道平面内外振动频率相等，Lissajous 轨道平面内外振动频率相互独立。振幅设计主要面向探测时间需求与约束，振动频率设计过程是可以省略的。

- e) 振动频率与振幅具有相关性，对于振动频率设计和振幅设计，只需开展其中一个方面的设计，另一方面即可确定。
- f) 轨道相位设计方面，应结合 4.1 所列各项约束综合考虑。

#### 5.4.3 日地共线平动点测定轨误差影响分析

共线平动点的鞍型不稳定性，以及共线平动点附近区域的混沌性，使得共线平动点轨道对初值十分敏感，测定轨误差会在共线平动点轨道的数值外推过程中产生积累和指数级传播，从而对轨道构型、演化方向和发散程度均产生较大影响。

测定轨误差分为位置误差和速度误差，对于日地共线平动点轨道的影响主要表现在以下方面：

- a) 位置误差主要影响轨道构型；
- b) 速度误差主要影响轨道演化方向和发散程度；
- c) 位置误差和速度误差的量级影响轨道维持控制频率和推进剂消耗量；
- d) 轨道对不同方向测定轨误差的敏感程度不同；
- e) 在实际工程中，速度误差的影响通常高于位置误差的影响。

日地共线平动点测定轨误差影响分析过程，需结合具体的测定轨误差，针对上述影响开展对应分析。

#### 5.4.4 日地共线平动点轨道维持控制误差影响分析

轨道维持控制误差对共线平动点的影响主要表现在以下方面：

- a) 轨道维持控制实施时间的误差会导致轨控位置出现偏差，反映至位置误差；
- b) 轨道维持控制速度增量的误差会导致控后速度出现偏差，反映至速度误差。

共线平动点轨道维持控制误差可以对应至位置误差和速度误差两方面，可采用与测定轨误差影响分析相似的方法，进行轨道维持控制误差影响分析。

日地共线平动点轨道维持控制误差影响分析过程，需结合具体的轨道维持控制误差加以开展。

#### 5.4.5 日地共线平动点轨道维持控制策略设计

##### 5.4.5.1 日地共线平动点轨道维持的控制方法

轨道维持的控制方法有重新规划和标称轨道拟合两种：

- a) 重新规划的方法，是根据定轨数据预报到轨控时刻，通过改变轨控时刻的速度，使得探测器在新的目标轨道上运行。该方法修正和维持简单，修正量较小。
- b) 标称轨道拟合的方法，是通过设置标称轨道上的标称点  $P_n$ ，每次轨控时，按照特定时间  $\Delta t_n$  到达下一标称点  $P_{n+1}$  为目标进行控制。对于平动点轨道维持，在轨道偏差允许范围内，通常选取探测器穿越  $X_L-Z_L$  平面附近时施加控制，具体控制时机还需结合探测任务需求、探测器工况、测控通信系统资源调动等因素加以综合考虑。该方法与标称轨道偏差小，便于轨道长期预报和工程总体规划。

##### 5.4.5.2 日地共线平动点轨道维持的优化效果

日地共线平动点轨道维持的优化效果通过以下指标加以衡量：

- a) 单次维持控制速度增量；
- b) 单圈环绕飞行速度增量总量；
- c) 长期环绕飞行日均速度增量。

#### 5.4.6 日凌/阴影规避

日地 L1 点 Lissajous 轨道和小振幅 Halo 轨道有可能出现日凌，日地 L2 点平动点轨道均有可能出现阴影。日凌和阴影均发生在三体共线附近，轨道设计过程中可以采取相似的主动规避策略。主动规避分

为以下两类:

- a) 调整轨道初始历元, 避开日凌期间的测控跟踪, 或者避开阴影期间进行重要探测活动。该方式无需变轨。
- b) 通过对平动点轨道进行调相变轨, 完全规避日凌/阴影, 或者将经历日凌/阴影阶段调整至非重要探测弧段。

注: 日地平动点附近的调相变轨需谨慎实施。日地共线平动点的 Halo 轨道和 Lissajous 轨道均需至少实施 2 次轨控, 才能完成调相变轨。平动点轨道调相变轨期间, 推进剂消耗量通常较大, 在平动点轨道长期飞行的轨道维持总推进剂消耗中占比较高。因此, 平动点轨道调相变轨实施的必要性, 还需结合任务总体规划和推进剂剩余情况进行综合考虑。

#### 5.4.7 仿真验证

##### 5.4.7.1 数值积分仿真验证

依据 5.3.2 的解析方法计算平动点轨道基本构型, 按 5.3.3 的数值计算方法建立三体动力学仿真环境和数值积分过程, 并考虑相应的摄动因素, 验证设计和分析的正确性。

##### 5.4.7.2 第三方软件仿真验证

采用不同单位独立研制的不同软件工具对平动点轨道进行数值仿真, 验证设计和分析的正确性。

附 录 A  
(规范性附录)  
公式(4)中的相关参数

公式(4)中的相关参数具体形式如下:

$$\mu = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$$

$$v = \left[ \frac{\mu}{3(1-\mu)} \right]^{\frac{1}{3}}$$

$$\gamma_L = v \left( 1 + \frac{1}{3}v - \frac{1}{9}v^2 - \frac{31}{81}v^3 - \frac{119}{243}v^4 - \frac{1}{9}v^5 \right) + \mathcal{O}(v^7)$$

$$c_n = \frac{(-1)^n}{\gamma_L^3} \left[ \mu + \frac{(1-\mu)\gamma_L^{n+1}}{(1-\gamma_L)^{n+1}} \right] \quad n = 2, 3, 4$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{2 - c_2 + \sqrt{9c_2^2 - 8c_2}}{2}}$$

$$k = \frac{2\lambda}{\lambda^2 + 1 - c_2}$$

$$d_1 = \frac{3\lambda^2}{k} [k(6\lambda^2 - 1) - 2\lambda]$$

$$d_2 = \frac{8\lambda^2}{k} [k(11\lambda^2 - 1) - 2\lambda]$$

$$a_{21} = \frac{3c_3(k^2 - 2)}{4(1 + 2c_2)}$$

$$a_{22} = \frac{3c_3}{4(1 + 2c_2)}$$

$$a_{23} = -\frac{3c_3\lambda}{4kd_1} [3k^3\lambda - 6k(k - \lambda) + 4]$$

$$a_{24} = -\frac{3c_3\lambda}{4kd_1} (2 + 3k\lambda)$$

$$d_{21} = -\frac{c_3}{2\lambda^2}$$

$$d_{31} = \frac{3}{64\lambda^2} (4c_3a_{24} + c_4)$$

$$d_{32} = \frac{3}{64\lambda^2} [4c_3(a_{23} - d_{21}) + c_4(4 + k^2)]$$

$$b_{21} = \frac{3c_3\lambda}{2d_1} (4 - 3k\lambda)$$

$$b_{22} = \frac{3c_3\lambda}{d_1}$$

$$b_{31} = \frac{3}{8d_2} \left\{ 8\lambda [3c_3(kb_{21} - 2a_{23}) - c_4(2 + 3k^2)] + (9\lambda^2 + 1 + 2c_2) [4c_3(ka_{23} - b_{21}) + kc_4(4 + k^2)] \right\}$$

$$b_{32} = \frac{1}{d_2} \left\{ 9\lambda [c_3(kb_{22} + d_{21} - 2a_{24}) - c_4] + \frac{3}{8}(9\lambda^2 + 1 + 2c_2)[4c_3(ka_{24} - b_{22}) + kc_4] \right\}$$

$$a_1 = -\frac{3}{2}c_3(2a_{21} + a_{23} + 5d_{21}) - \frac{3}{8}c_4(12 - k^2)$$

$$a_2 = \frac{3}{2}c_3(a_{24} - 2a_{22}) + \frac{9}{8}c_4$$

$$a_{31} = -\frac{9\lambda}{4d_2} [4c_3(ka_{23} - b_{21}) + kc_4(4 + k^2)] + \frac{9\lambda^2 + 1 - c_2}{2d_2} [3c_3(2a_{23} - kb_{21}) + c_4(2 + 3k^2)]$$

$$a_{32} = -\frac{1}{d_2} \left\{ \frac{9\lambda}{4} [4c_3(ka_{24} - b_{22}) + kc_4] \right\}$$

$$s_1 = \frac{1}{2\lambda[\lambda(1+k^2) - 2k]} \left\{ \frac{3}{2}c_3[2a_{21}(k^2 - 2) - a_{23}(k^2 + 2) - 2kb_{21}] - \frac{3}{8}c_4(3k^4 - 8k^2 + 8) \right\}$$

$$s_2 = \frac{1}{2\lambda[\lambda(1+k^2) - 2k]} \left\{ \frac{3}{2}c_3[2a_{22}(k^2 - 2) + a_{24}(k^2 + 2) + 2kb_{22} + 5d_{21}] + \frac{3}{8}c_4(12 - k^2) \right\}$$

$$b_{33} = -\frac{k}{16\lambda} [12c_3(b_{21} - 2ka_{21} + ka_{23}) + 3c_4k(3k^2 - 4) + 16s_1\lambda(\lambda k - 1)]$$

$$b_{34} = -\frac{k}{8\lambda} [-12c_3ka_{22} + 3c_4k + 8s_2\lambda(\lambda k - 1)]$$

$$b_{35} = -\frac{k}{16\lambda} [12c_3(b_{22} + ka_{24}) + 3c_4k]$$

$$\omega_1 = 0$$

$$\omega_2 = s_1 A_{xL}^2 + s_2 A_{zL}^2$$

$$\omega = 1 + \omega_1 + \omega_2$$

$$\tau = \omega t$$

$$\tau_1 = \lambda \tau + \phi$$

$\phi$  为轨道相位初值

中华人民共和国航天行业标准

## 日地平动点轨道设计准则

QJ 20609—2016

\*

中国航天标准化研究所出版

北京市丰台区小屯路 89 号

邮政编码：100071

中国航天标准化研究所

印务发行部印刷、发行

**版权专有 不得翻印**

\*

2016 年 2 月出版

定价：30 元